

ALGORITMOS **A**BIERTOS **B**ASADOS EN **N**ÚMEROS.

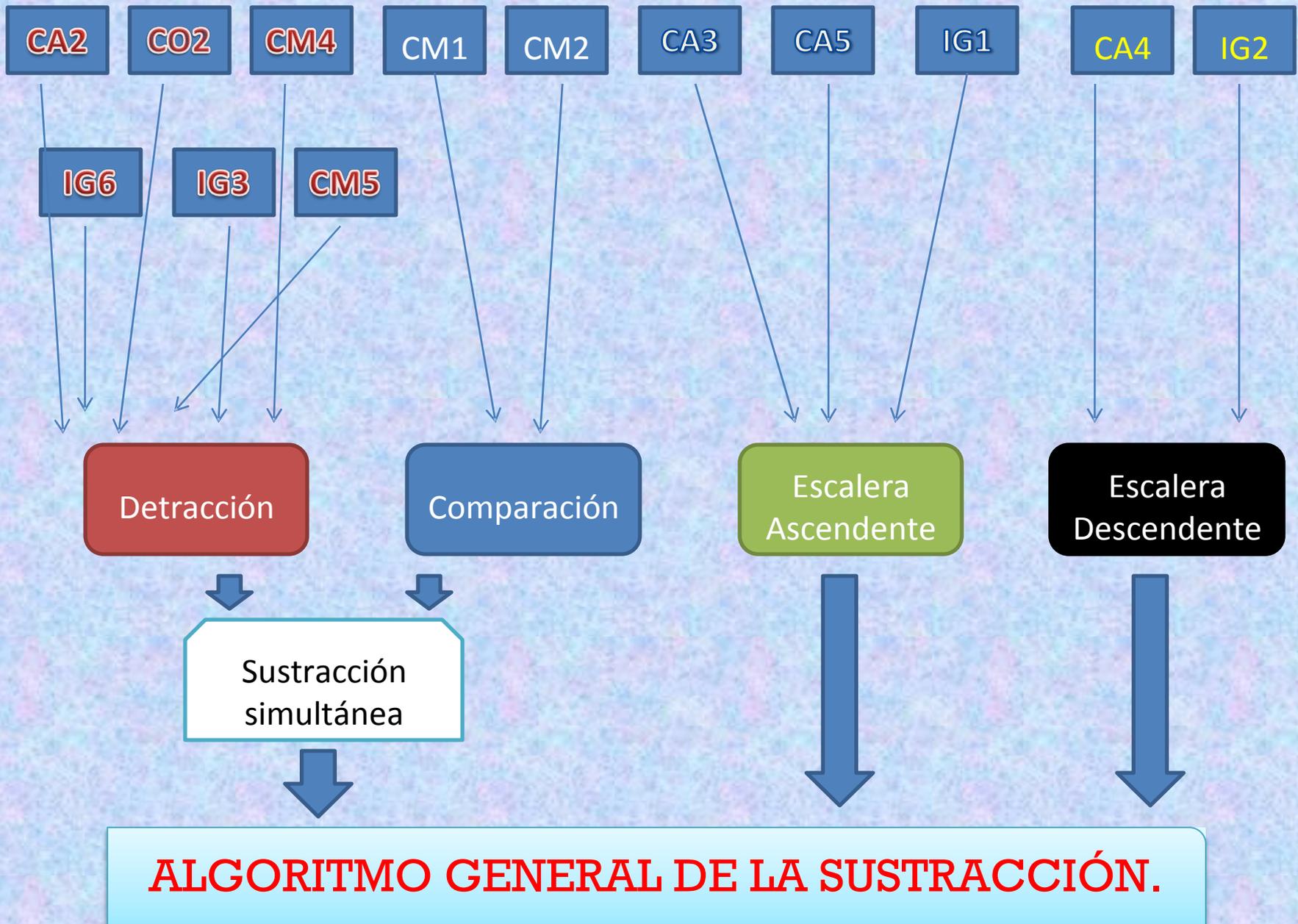
LA RESTA O SUSTRACCIÓN.

Jaime Martínez Montero.
Cádiz. 2010.

jmartinez1949@gmail.com

HAY TRES MODELOS DIFERENTES.

- **SUSTRAER O QUITAR:** Se tiene una cantidad, y de ella se pierde, se quita o se regala, y se averigua lo que falta.
- **COMPARAR:** Se tienen dos cantidades, y se desea saber en cuánto se diferencia la una de la otra.
 - Ambos modelos son soportados por un mismo formato: **COMPARACIÓN-DETRACCIÓN.**
- **AÑADIR HASTA:** Se tiene una cantidad, a la que hay que añadir otra hasta llegar a la que se marcado como meta. Es el formato en **ESCALERA ASCENDENTE.**
- **DESCENDER HASTA:** Es la inversa a la anterior. Desde una determinada cantidad se quiere llegar a otra más pequeña, y hay que averiguar cuánto tenemos que quitar. Es el formato en **ESCALERA DESCENDENTE.**



LA RESTA O SUSTRACCIÓN.

FORMATO

COMPARACIÓN-DETRACCIÓN(CD)

RESTAS. DETRACCIÓN Y COMPARACIÓN

CEIP

“ANDALUCÍA”

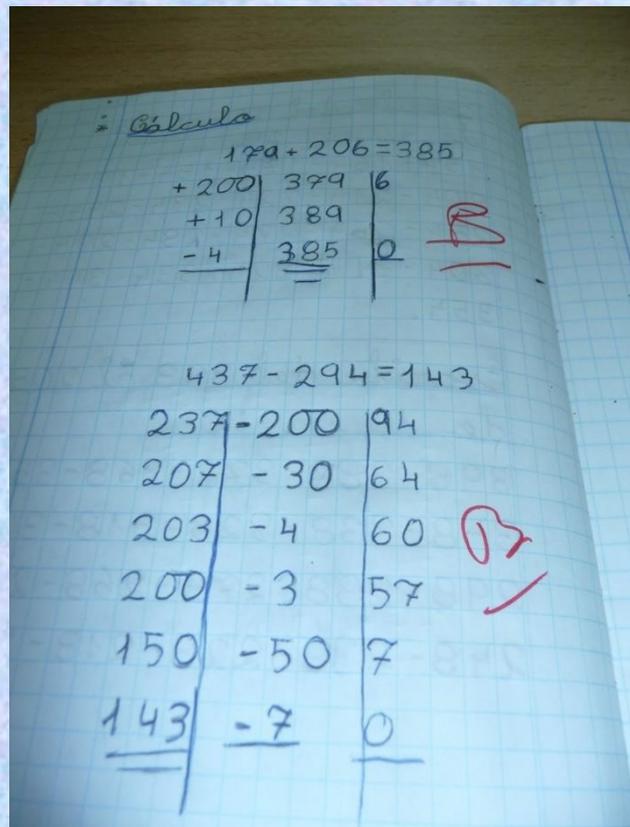
1º DE
PRIMARIA

Handwritten math on grid paper showing the subtraction $132 - 45 = 87$ and its verification using the addition $87 + 45 = 132$.

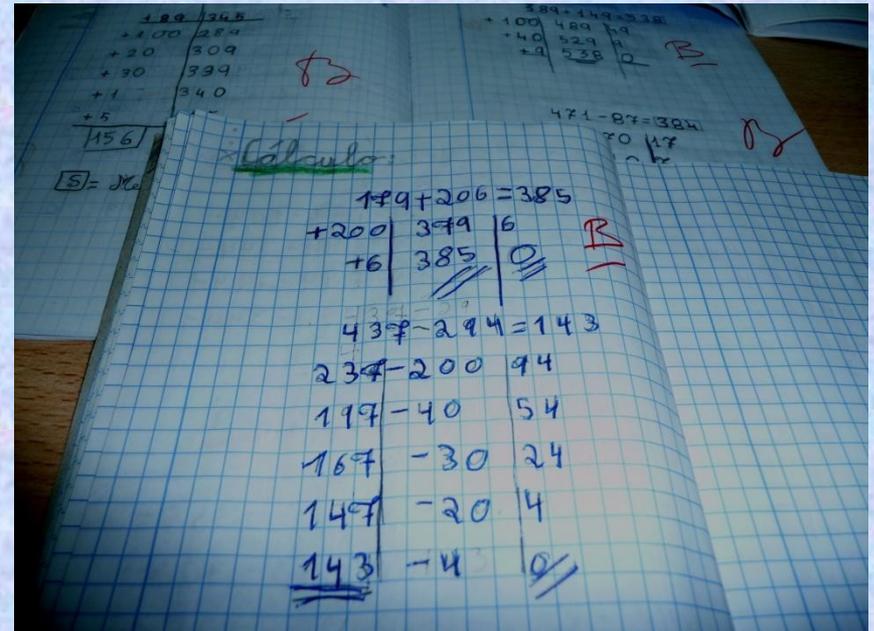
$$\begin{array}{r} 132 - 45 = 87 \\ \hline 132 \\ - 45 \\ \hline 87 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 87 \\ + 45 \\ \hline 132 \end{array}$$

NO HAY DOS CASOS IGUALES.

EN 6 INTENTOS

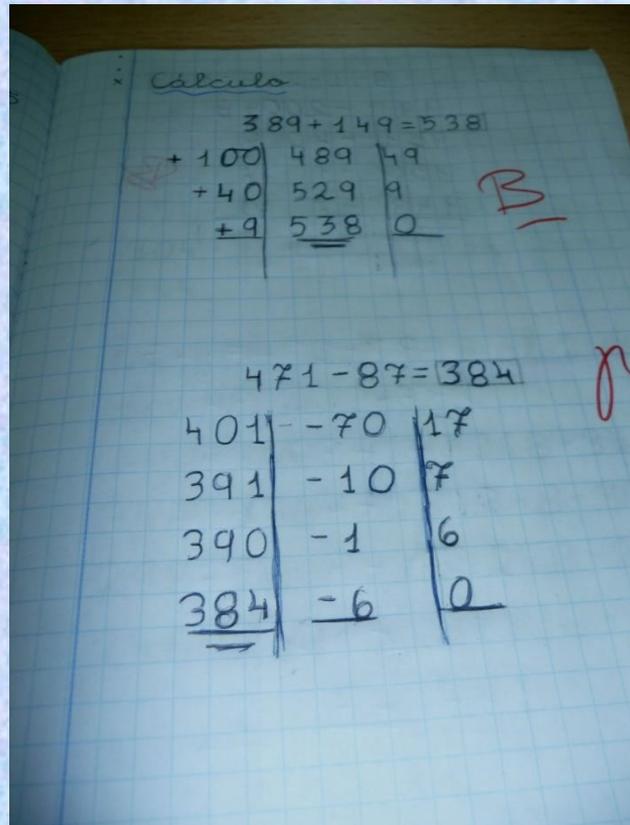


EN 5 INTENTOS.

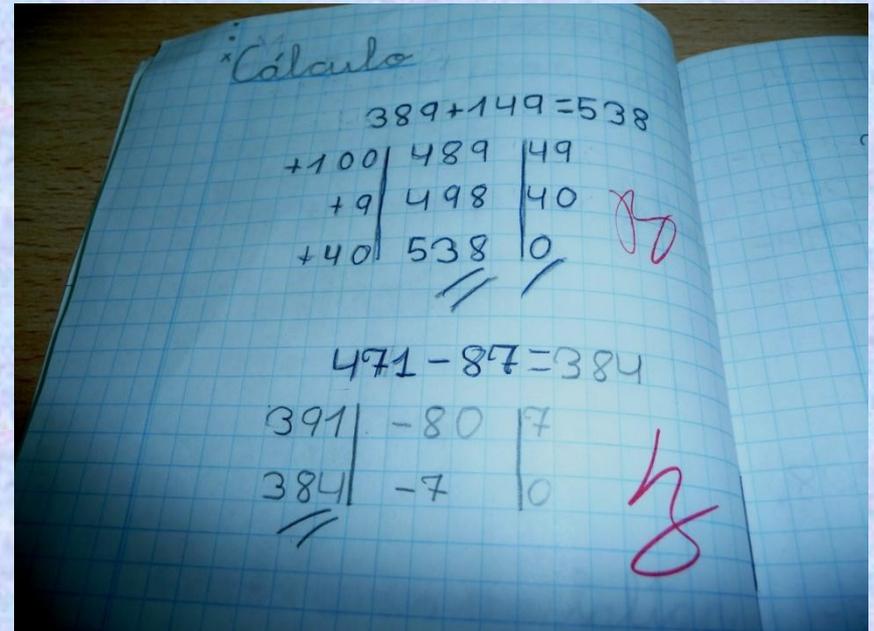


NO HAY DOS CASOS IGUALES.

EN 4 INTENTOS



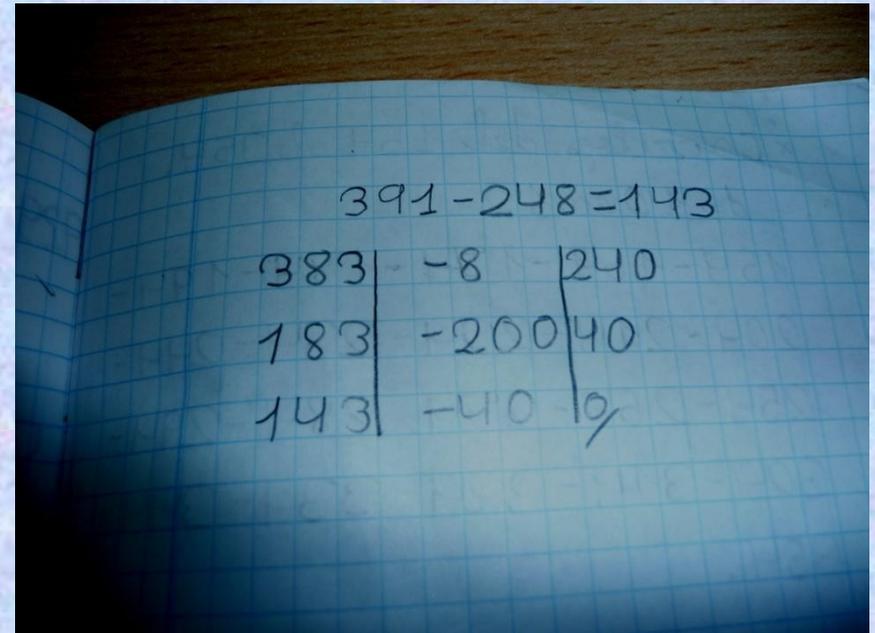
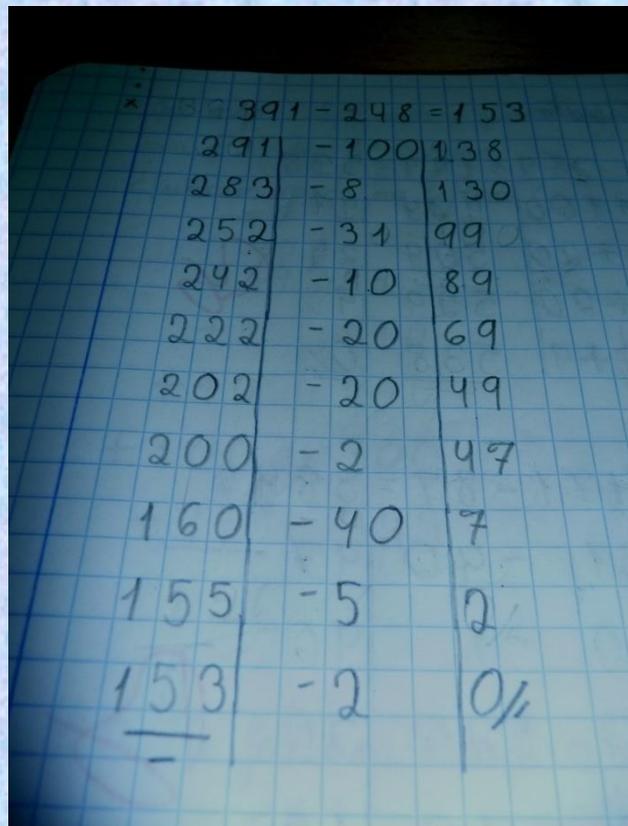
EN LA MITAD.



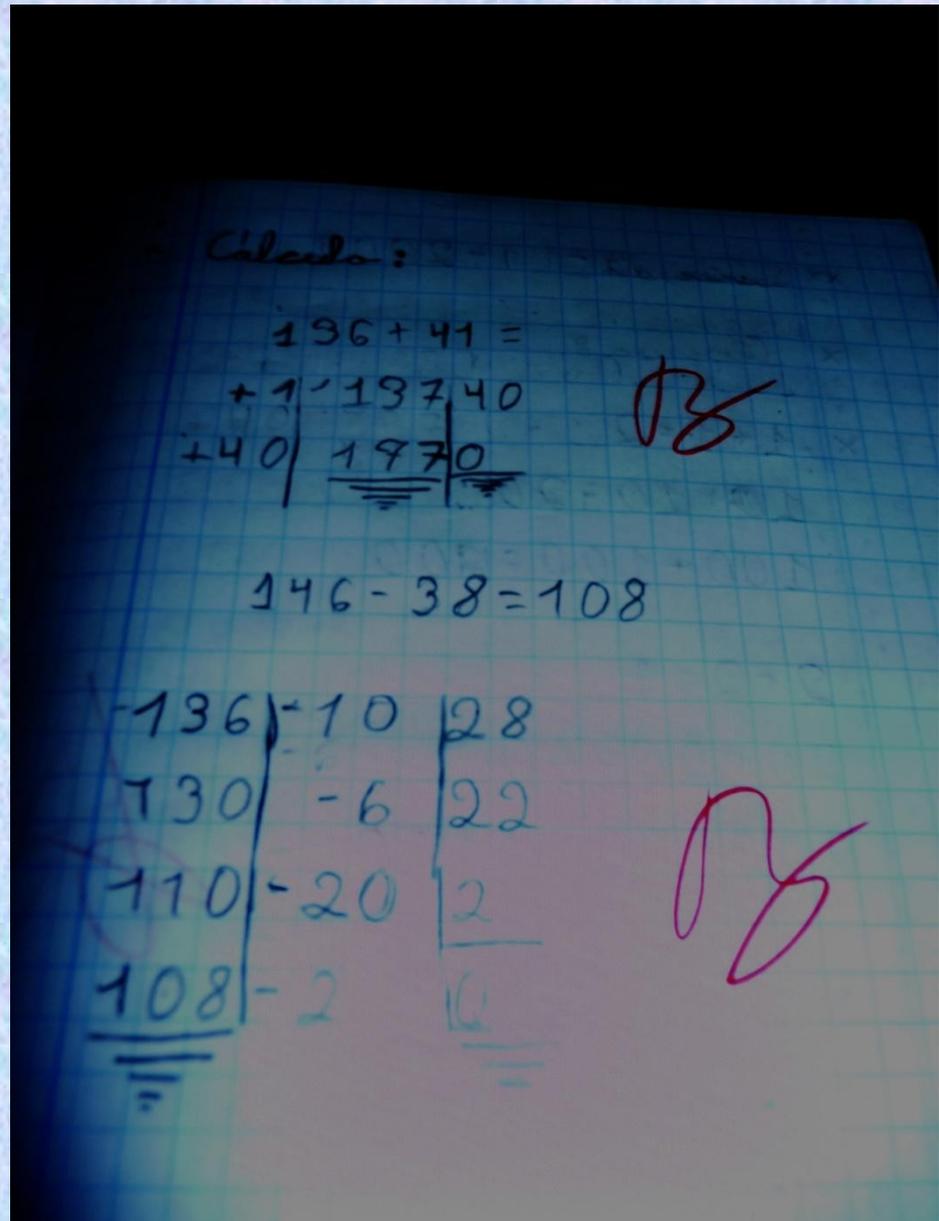
NO HAY DOS CASOS IGUALES.

CON PARSIMONIA. 10 INTENTOS.

POR LA VÍA RÁPIDA. 3 INTENTOS



TANTEOS Y ESTRATEGIAS.



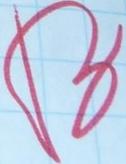
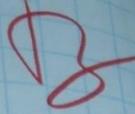
El alumno se equivoca. Pero se da cuenta y corrige sobre la marcha.

Calculo:

	385	+ 174	= 559
+200	374	185	
+100	474	85	
+50	479	80	
+30	509	50	
+50	<u>559</u>	0	

~~389~~ - 327 = 162

389	- 100	327	
189	- 200	127	
169	- 20	177	
162	- 7	0	



¿Dónde está el problema de las llevadas?

Con el formato tradicional aquí habría dos:

La del noventa la soluciona descomponiendo en 80 y 10.

Con el ocho sabe calcular lo suficiente para no recurrir a rodeos.

Calculo:

$$129 + 274 = 403$$

+100		374		29
+20		394		9
+9		<u>403</u>		0

8

$$485 - 198 = 287$$

385		-100		98
305		-80		18
297		-8		10
<u>287</u>		-10		0

8

RESTAS LARGAS

$$8506 - 3497 = 5009$$

CEIP
"REGGIO".

4º DE
PRIMARIA.

PUERTO REAL.

8506	3497	
5506	497	3000
5500	491	6
5100	91	400
5099	90	1
5009	0	90

$$878 - 437 = 441 \quad 503 + 473 =$$

	878	437
300	578	
7	571	137
30	541	
100	441	

→

	503	473
200	703	273
3	706	270
200	906	70
30	936	
40	976	40

→

¿QUÉ MODELO HA SEGUIDO ESTA NIÑA? DECIDIÓ PRESCINDIR DE UNA COLUMNA.

How do you say

.... in English?

What's the meaning of....?

Comenzamos con el 100
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
31 32 33 34 35 36 37 38 39 40
41 42 43 44 45 46 47 48 49 50
51 52 53 54 55 56 57 58 59 60
61 62 63 64 65 66 67 68 69 70
71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
81 82 83 84 85 86 87 88 89 90
91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

Continuamos con el 1000
101 102 103 104 105 106 107 108 109 110
111 112 113 114 115 116 117 118 119 120
121 122 123 124 125 126 127 128 129 130
131 132 133 134 135 136 137 138 139 140
141 142 143 144 145 146 147 148 149 150
151 152 153 154 155 156 157 158 159 160
161 162 163 164 165 166 167 168 169 170
171 172 173 174 175 176 177 178 179 180
181 182 183 184 185 186 187 188 189 190
191 192 193 194 195 196 197 198 199 200

Continuamos con el 1000
201 202 203 204 205 206 207 208 209 210
211 212 213 214 215 216 217 218 219 220
221 222 223 224 225 226 227 228 229 230
231 232 233 234 235 236 237 238 239 240
241 242 243 244 245 246 247 248 249 250
251 252 253 254 255 256 257 258 259 260
261 262 263 264 265 266 267 268 269 270
271 272 273 274 275 276 277 278 279 280
281 282 283 284 285 286 287 288 289 290
291 292 293 294 295 296 297 298 299 300

Continuamos con el 1000
301 302 303 304 305 306 307 308 309 310
311 312 313 314 315 316 317 318 319 320
321 322 323 324 325 326 327 328 329 330
331 332 333 334 335 336 337 338 339 340
341 342 343 344 345 346 347 348 349 350
351 352 353 354 355 356 357 358 359 360
361 362 363 364 365 366 367 368 369 370
371 372 373 374 375 376 377 378 379 380
381 382 383 384 385 386 387 388 389 390
391 392 393 394 395 396 397 398 399 400

Can I go to the toilet please?

Can I drink water please?

BLACKBOARD

Hay 428 chicos y chicas. Si 246 son chicas. ¿Cuántos chicos hay?

$$\begin{array}{r}
 246 \\
 100 \\
 40 \\
 20 \\
 20 \\
 2 \\
 \hline
 182
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 428 = 182 \\
 346 \\
 386 \\
 406 \\
 426 \\
 428
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 428 - 246 = 182 \\
 -200 \quad 228 \quad 46 \\
 -20 \quad 208 \quad 26 \\
 -20 \quad 188 \quad 6 \\
 -2 \quad 186 \quad 4 \\
 -4 \quad 182 \quad 0
 \end{array}$$

¿COMPARACIÓN-DETRACCIÓN O ESCALERA ASCENDENTE?

2º DE PRIMARIA.

TAMBIÉN CON DECIMALES.

En la diapositiva anterior, una situación clara de comparación podía ser vista como de escalera ascendente.

Aquí, una situación de escalera ascendente es vista como de comparación-detracción.

Belén

Pablo tiene 6'45€ y le dan algunos ahora tiene 57€.
¿Cuántos € le dan?

$$6'45 - 57 = 50'55$$

6'00	- 45c	56'55
0'00	- 6€	50'55

18

Respuesta: A Pablo le dieron 50'55 euros.

LA RESTA O SUSTRACCIÓN.

FORMATO

ESCALERA ASCENDENTE (EA)

En realidad, se trata de una suma.

Este tipo de algoritmo permite una gran diversidad de soluciones. Esta es la primera versión del problema.

* Si tengo 189 euros y quiero comprar una P.S.P de ~~que~~ 345 euros.
¿Cuántos euros me faltan?

189		345
+100		289
+20		309
+30		339
+1		340
+5		345
156		

$\boxed{S} =$ Me faltan 156 euros.

Segunda
versión.

x Si tengo 189 euros y quiero
comprar una P.S.P de 345 euros.
¿ Cuántos euros me faltan ?

189		345
+100		289
+40		329
+10		339
+6		<u>345</u>
<u>156</u>		

B

* Si tengo 189 euros y quiero comprar una P.S.P de 345 euros.
¿Cuántos euros me faltan?

$$\begin{array}{r|l} 189 & 345 \\ +1 & 190 \\ +10 & 200 \\ +100 & 300 \\ +45 & 345 \\ \hline 156 & \end{array}$$

B

Tercera versión.

Cuarta versión.

X Si tengo 189 euros y quiero comprar una P.S.P. de 345 euros.
¿Cuántos euros me faltan?

189		345
+100		289
+10		299
+30		329
+10		339
+6		345
<u>156</u>		

S = 156 euros me faltan

Quinta versión.

Si tengo 189 euros y quiero comprar una P.S.P de 345 euros.
¿Cuántos euros me faltan?

$$\begin{array}{r|l} 189 & 345 \\ +100 & 289 \\ +10 & 299 \\ +1 & 300 \\ +40 & 340 \\ +5 & 345 \end{array}$$

$$\underline{\underline{156}}$$

S = me faltan 156 euros.

Estas han sido las secuencias:

Versiones	Paso 1º	Paso 2º	Paso 3º	Paso 4º	Paso 5º
Segunda	100	40	10	6	---
Cuarta	100	10	30	10	6

¿Hubiera sido posible tal diversidad con el antiguo formato?

¿Hubiera permitido el original enfoque de la versión tercera?

ESCALERA ASCENDENTE CON DECIMALES.

- ALUMNOS DE 2º DE PRIMARIA DEL CEIP “CARLOS III” DE CÁDIZ.
- TODOS HAN RESUELTO EL MISMO PROBLEMA Y CON EL MISMO FORMATO.

¿SEGURO?

**ES EL PROBLEMA QUE YA
CONOCIÁMOS.
EL FORMATO EN
ESCALERA ASCENDENTE
DA MÁS DE SÍ.**

Lo resuelve en seis
pasos, y acomete
por igual decimales
o enteros.

Pablo tiene 6'45 € y le dan algunos
y ahora tiene 57€. ¿Cuántos € le dan?

6'45	57€
+4	10'45
+0'05	10'50
+0'50	11€
+40	51€
+6	57
<u>50'55</u>	<u>57</u>

B

R. Le dan 50'55 euros.

EN CUATRO PASOS.

Los gasta en "llegar" a los euros.

Carmen es muy precavida y muy exacta.

Carmen Machuca

Pablo tiene 6'45€ y le dan algunos ahora tiene 57€. ¿Cuántos euros le dan?

6'45€	57€
+ 0'40€	6'85€
+ 0'05€	6'90€
+ 0'10€	7'00€
+ 50€	57€
<hr/>	
50'55	

B

R: Le han dado 50'55 euros.

EN TRES PASOS.

Ha recibido algo de ayuda, pero ha llevado a cabo unos cálculos que hasta ahora no los había realizado ningún alumno.

- Pablo tiene 6'45 y le dan algunos y ahora tiene 57€
Cuántos € le dan?

$$\begin{array}{r|l} + 6'45 & 57€ \\ + 50€ & 56'45 \\ \hline 0'456 & 56'90 \\ 0'700 & 57 \\ \hline 50'55 & = \end{array}$$

B?

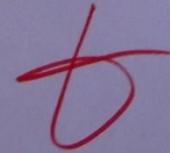
R: le dan 50'55 euros

Marina 2



Pablo tiene 6'45€ y le dan algunos
y ahora tiene 57€. ¿Cuántos €
le dan?

6'45		57
<hr/>		
00'50		66'95
<hr/>		
00'05		57 €
<hr/>		
50		5 6 7
<hr/>		
50'55		57



EN TRES PASOS.

Otra variante.

Chano

Pablo tiene 6'45€ y le dan algunos y ahora tiene 57€. ¿Cuántos € le dan?

$$\begin{array}{r|l} 6'45 & 57€ - \\ +50 & 56'45 \\ +0'05 & 56'50 \\ +0'50 & 57'00 \\ \hline 50'55 & \end{array}$$

B

R. Pablo le dan 50'55

EN TRES PASOS.

Ahora Chano lo hace al revés que su compañera.

Laura

Pablo tiene 6'45€ y le dan
algunos ahora tiene 57€.
¿Cuántos € le dan?

3

$$\begin{array}{r|l} 6'45 & 57'0 \\ +4'45 & 10'90 \\ \hline +46'10 & 57'0 \end{array}$$

R: Le han dado 50'55

$$\begin{array}{r|l} 50'55 & 57' \\ \hline \end{array}$$

¡EN DOS PASOS!

En esta operación es en la que han coincidido más niños (seis en total).

Mirsa



Pablo tiene 6'45 € y le dan algunos euros y ahora tiene 57 €. ¿Cuántos € le dan?

$$\begin{array}{r|l} 6'45 & 57€ \\ +55€ & 7'00 \\ \hline +50'00 & 57'00 \\ \hline 50'55 & = \end{array}$$

B

R: le dan 50'55 €.

¡EN DOS PASOS!

Nótese cómo la niña señala que está haciendo un cálculo no habitual. En primer lugar, en los enteros añade una coma y pone dos ceros seguidos. En segundo lugar, escribe los céntimos como si no hubiera coma y dos espacios después.

ablo tiene 6'45€ y le dan algunos
ora tiene 57€. ¿Cuántos euros le dan

$$\begin{array}{r|l} 57€ - 6'45 & 6'45 \quad 57€ = 50'55 \\ \hline 51€ & + 0'55 \quad 7€ \\ & + 50€ \quad 57€ \\ \hline & \underline{50'55} \end{array}$$

(Note: The original image shows a student's work with a large red 'B' and blue/red underlines next to the final answer.)

R: Le dan 50'55 euros ♥

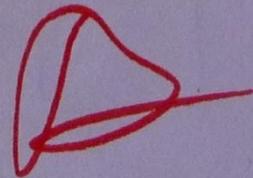
¡EN DOS PASOS!

Éste sí escribe correctamente los cincuenta y cinco céntimos.

Cuatro niños coinciden en este planteamiento.

Pablo tiene 6'45€ y le dan al
hora tiene 57€. ¿Cuántos € le

$$\begin{array}{r|l} 6'45 & 57'00 \\ \hline + 50'00 & 56'45 \\ \hline + 0'55 & 57'00 \\ \hline \underline{\underline{50'55}} & \underline{\underline{\quad}} \end{array}$$



le dan 50'55€.

¡EN DOS PASOS!

Al revés.

lo tiene 6'45€ y le dan algunos
era tiene 57€ ¿Cuántos € le d

$$\begin{array}{r|l} 6'45 & 57 \\ + 50'55 & 57 \\ \hline 50'55 & \end{array}$$

B

le dan 50'55€

¡TATATACHÁN!

¿Se puede hacer mejor?

LA RESTA O SUSTRACCIÓN.

FORMATO

ESCALERA DESCENDENTE(ED)

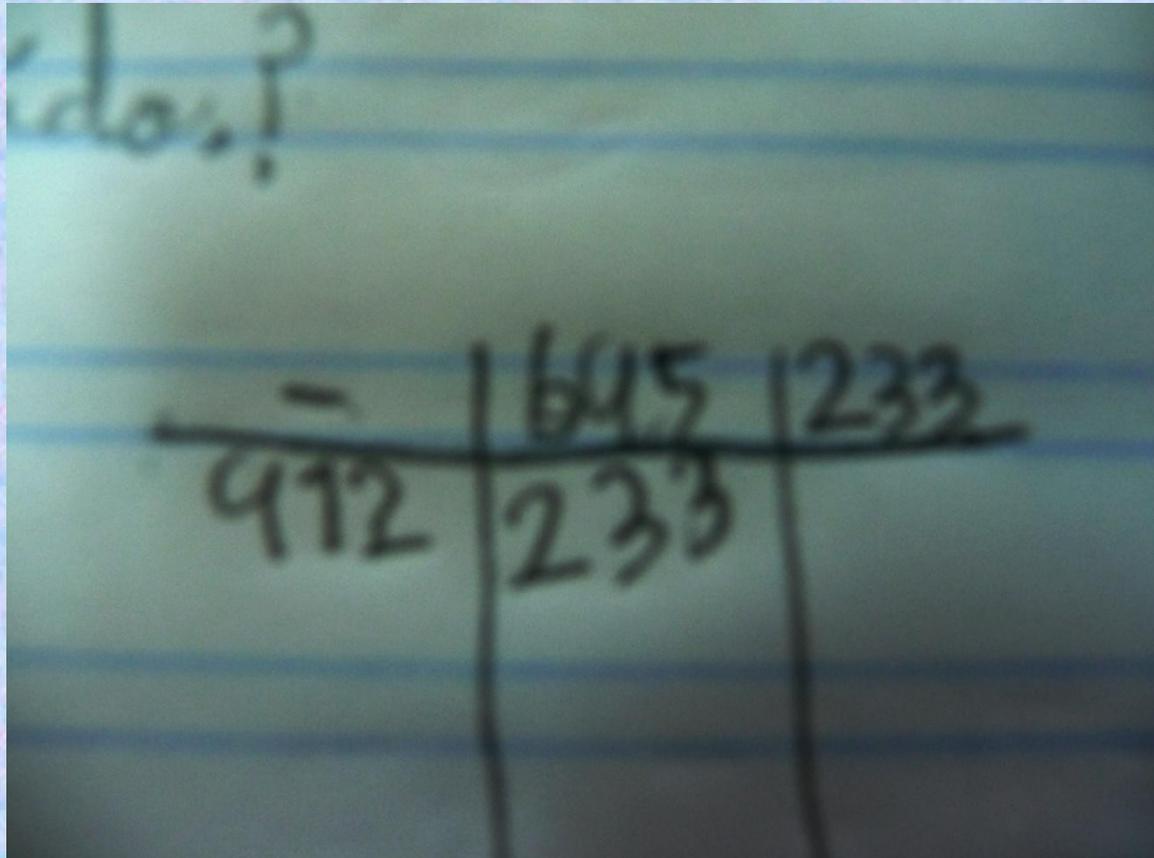
Solucion: 474 escalones

22

-	536	(722)
400	736	
10	126	
9	(722)	
<hr/>		
474		

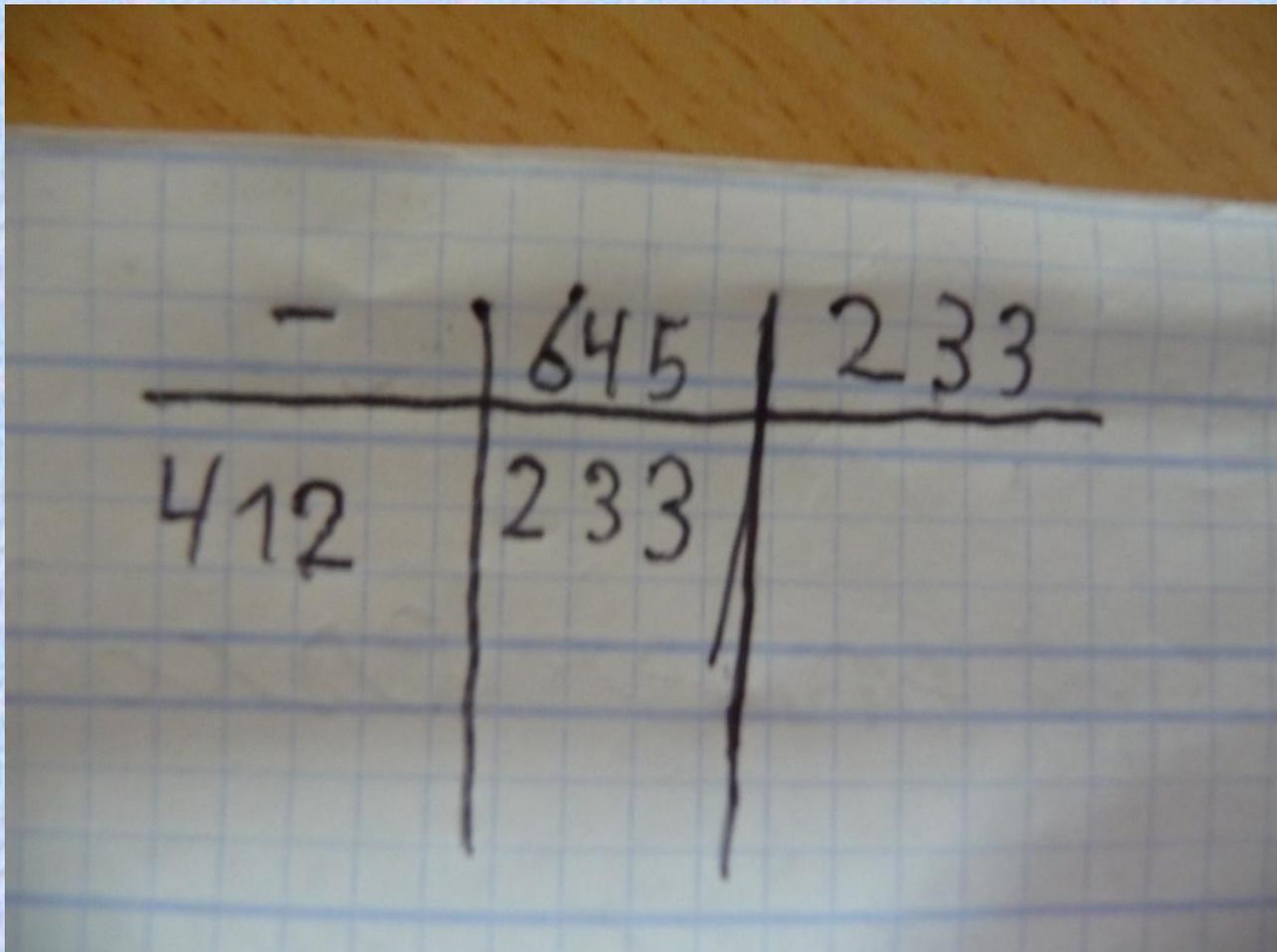
Colegio "Reyes Católicos". 2º de Primaria.

La forma más generalizada de resolver la operación.



Colegio "Reyes Católicos". 2º de Primaria.

¡Para qué se van a dar rodeos!



Colegio "Reyes Católicos". 2º de Primaria.

Pero no es el único.

**ALOS NIÑOS DE 2º DEL CEIP "CARLOS III" SE
LES HAPLANTEADO UN PROBLEMA. SU
ESCENARIO ES UNA TORRE GIGANTESCA.**



El ascensor está en el piso 364, y se quiere parar en el piso 138. ¿Cuántos pisos tiene que bajar?

8

$$\begin{array}{r|l} 364 & 138 \\ \hline 20 & 344 \\ 4 & 340 \\ 2 & 338 \\ 200 & 138 \\ \hline 226 & \end{array}$$

Esta niña tantea para ponerse en situación.

$$\begin{array}{r|l} 364 & 138 \\ \hline -200 & 164 \\ -20 & 144 \\ -2 & 142 \\ -4 & 138 \\ \hline 226 & \end{array}$$

Éste lo hace justamente al revés.

$$\begin{array}{r|l} 364 & 138 \\ \hline - 200 & 164 \\ - 20 & 144 \\ - \cancel{12} \cancel{6} & 138 \end{array}$$

Sólo hasta el tercer intento no fue capaz de llegar al piso 138.

$$\begin{array}{r|l} 364 & 138 \\ \hline -200 & 164 \\ -30 & 134 \\ +4 & 138 \\ \hline 226 & \underline{\underline{138}} \end{array}$$

Carmen Nachuca
Ramos 7 años

¿Qué tal está lo que hace Carmen?

Ya sabe sumar números enteros.

LOLA

Pablo tiene 6'45 y le dan algunos y ahora tiene 57€.
¿Cuántos € le dan?

$$\begin{array}{r|l} 6'45 & 57€ \\ - 6'00 & 51€ \\ \hline - 0'45 & 50'55 \\ \hline & 57 \end{array}$$

13

R. le dan 50'55.

¡CON DECIMALES!

Lola, al igual que otro niño, ha preferido este formato al de escalera ascendente. Se ha situado en los 57€ y ha “bajado” los euros que había de entrada. Es tanto una escalera descendente como una detracción, pero suprimiendo una columna.

- Para conocer los fundamentos técnicos del método, las secuencias de progresión, los niveles de dificultad de los algoritmos y la conexión operaciones-problemas:
 - Martínez Montero, J. (2009). Competencias básicas en Matemáticas. Una nueva práctica. Madrid: Wolters Kluwer.
- ADEMÁS:
 - <http://www.algoritmosabn.blogspot.com>

CON MI ESPECIAL AGRADECIMIENTO A CONCHA Y CHARI, DEL COLEGIO “ANDALUCÍA”, APOLONIA, DEL “CARLOS III”, (DE CÁDIZ), CONCHI, ENCARNI Y MANOLO, DEL “REGGIO”, Y AMPARO, NIEVES Y ADOLFO, DEL “REYES CATÓLICOS” (DE PUERTO REAL).

ES ABSOLUTAMENTE VERDAD QUE SIN ELLOS ESTE TRABAJO NO HUBIERA SIDO POSIBLE.

**MUCHAS GRACIAS POR SU
ATENCIÓN.**